

оригинальная статья

<https://elibrary.ru/ocbaqx>

Диадное учебное исследование с математическим контекстом как средство диагностики уровня сформированности метапредметных умений школьников

Позднякова Елена Валерьевна

Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Кемеровского государственного университета, Россия, Новокузнецк

eLibrary Author SPIN: 6505-2993

<https://orcid.org/0000-0003-0356-3610>

suppesev@mail.ru

Аннотация: Актуализируется проблема выбора и проектирования диагностического инструментария для оценки уровня развития метапредметных умений обучающихся средствами предметов математического блока в 5–9 классах. Цель – представить диагностический инструментарий на основе диадных учебных исследований по предметам математического блока для комплексной оценки уровня сформированности универсальных учебных действий обучающихся 5–9 классов. В качестве указанного инструментария предлагается использовать диадное учебное исследование с математическим контекстом, которое организуется в форме парной работы на основе метапредметного задания. Основными параметрами проектируемых оценочных средств выступают деятельностный и контекстный характер оценочных ситуаций, стремление к комплексной оценке метапредметных умений, использование уровневого подхода. Управление деятельностью ученика при выполнении учебного исследования осуществляется через учебно-исследовательскую карту, с помощью которой регламентируется последовательность действий обучающегося, а также степень самостоятельности их выполнения. В результате приведена модель учебно-исследовательской карты, которая проиллюстрирована примером (вариант для ученика и образец его выполнения). Определены критерии уровней развития универсальных учебных действий: мотивационный, когнитивный, деятельностный и результативный, а также конкретизирующие их показатели. В зависимости от степени самостоятельности ученика и качества выполняемых действий выделено шесть уровней развития метапредметных умений учащихся 5–9 классов. В итоге качество и эффективность спроектированного диагностического инструментария доказываются с помощью вычисления коэффициентов корреляции Спирмена, характеризующих такие показатели, как надежность и валидность, а также результатов анкетирования учителей математики школ Кузбасса, принимающих участие в апробации авторской методики.

Ключевые слова: универсальные учебные действия, метапредметные умения, учебное исследование, учебно-исследовательская карта, диагностический инструментарий, уровни развития метапредметных умений, обучение математике

Цитирование: Позднякова Е. В. Диадное учебное исследование с математическим контекстом как средство диагностики уровня сформированности метапредметных умений школьников. *Вестник Кемеровского государственного университета. Серия: Гуманитарные и общественные науки.* 2024. Т. 8. № 4. С. 525–538. <https://doi.org/10.21603/2542-1840-2024-8-4-525-538>

Поступила в редакцию 23.07.2024. Принята после рецензирования 26.08.2024. Принята в печать 02.09.2024.

full article

Mathematical Research Task in Pairs as a Means of Assessing Meta-Subject Skills in Schoolchildren

Elena V. Pozdnyakova

Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of the Kemerovo State University, Russia, Novokuznetsk

eLibrary Author SPIN: 6505-2993

<https://orcid.org/0000-0003-0356-3610>

suppesev@mail.ru

Abstract: Mathematics can offer a number of diagnostic tools to assess the level of meta-subject skills in students of 5–9 grades. The author developed a math task for paired work as a comprehensive assessment tool for universal academic skills. As students worked in pairs to perform a mathematical study, the author used a tiered approach to assess their soft skills in a particular context. The task included a roadmap that made it possible to control the sequence of actions and independence of their implementation. The motivational, cognitive, activity-based, and productive development criteria were specified by different indicators. The meta-subject skills fell into six levels depending on the degree of individual performance and the quality of the actions performed. The Spearman correlation coefficient demonstrated the reliability and validity of the new diagnostic tool. The method was tested in Kuzbass schools, and teachers of mathematics pointed out its efficiency. The article offers a sample of a roadmap for a math task to be prepared in pairs by 5–9-graders.

Keywords: universal learning activities, meta-subject skills, research task, academic and research map, diagnostic tools, levels of development of meta-subject skills, teaching mathematics

Citation: Pozdnyakova E. V. Mathematical Research Task in Pairs as a Means of Assessing Meta-Subject Skills in Schoolchildren. *Vestnik Kemerovskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Gumanitarnye i obshchestvennye nauki*, 2024, 8(4): 525–538. (In Russ.) <https://doi.org/10.21603/2542-1840-2024-8-4-525-538>

Received 23 Jul 2024. Accepted after review 26 Aug 2024. Accepted for publication 2 Sep 2024.

Введение

Формирование универсальных учебных действий (УУД) является одной из задач обновленного стандарта основного общего образования. УУД определяют способность человека к самостоятельному познанию мира через выстраивание эффективной познавательной, регулятивной и коммуникативной деятельности. Такие умения лежат в основе функциональной грамотности – ведущего тренда школьного российского образования. В Федеральных рабочих программах основного общего образования по учебному предмету «Математика» определены УУД с учетом специфики предмета, конкретизировано понятие функциональной математической грамотности как совокупности умений, обеспечивающих многогранное использование математики как инструмента системного познания мира и решения практико-ориентированных задач¹. Поэтому закономерно, что одной из актуальных методических проблем является выбор или проектирование эффективного диагностического инструментария для определения уровня развития УУД обучающихся 5–9 классов, формируемых в процессе математической подготовки.

В методических рекомендациях по достижению предметных и метапредметных результатов в рамках изучения предметов математического блока в 5–9 классах, подготовленных авторским коллективом института стратегии развития образования РАО (ИСПО РАО), отмечается приоритет уровневого подхода и технологий проектной и исследовательской деятельности для оценивания УУД школьников [1].

Большинство методистов предлагает диагностировать отдельные структурные элементы выделенных групп УУД, применяя для этого соответствующий методический инструментарий:

- метапредметные задания, составленные на основе специальных шаблонов – конструкторов [2–4];
- обучающие тесты на математическом содержании [5];
- диагностические задания, индуцирующие рефлексивно-оценочную деятельность обучающихся [6];
- бипредметный мониторинг предметных и познавательных метапредметных умений [7];
- метапредметные олимпиады [8];
- проектируемые веб-приложения для диагностики познавательных УУД [9];

¹ Об утверждении федеральной образовательной программы основного общего образования. Приказ Министерства просвещения РФ № 370 от 18.05.2023 (ред. от 19.03.2024). СЛС КонсультантПлюс.

- анкеты для оценивания регулятивных УУД обучающихся 5–11 классов в дистанционном формате [10];
- текстовые сюжетные задачи с параметром для диагностики познавательных исследовательских действий [11];
- нестандартные математические задачи для определения уровня сформированности познавательных УУД [12].

Таким образом, имеющийся в настоящее время в теории и практике обучения математике диагностический инструментальный позволяет оценить уровень развития отдельных групп УУД школьников. Проблема комплексного оценивания всех выделенных групп УУД остается актуальной.

Цель – представить диагностический инструментальный на основе диадных учебных исследований по предметам математического блока для комплексной оценки уровня сформированности УУД обучающихся 5–9 классов.

Методы и материалы

Для реализации поставленной цели был применен комплекс теоретических и эмпирических методов: сравнительный анализ психолого-педагогической и методической литературы; методологический анализ федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования; анализ учебных программ по математике для общего образования, учебников, задачников и методических материалов по общеобразовательному курсу математики и методике его освоения; анализ и обобщение отечественного и зарубежного педагогического опыта; моделирование; педагогическое наблюдение; анкетирование.

В Федеральной рабочей программе по математике конкретизированы познавательные, коммуникативные и регулятивные УУД с учетом специфики математической деятельности. Многоэлементный и зачастую пересекающийся состав указанных действий затрудняет процесс их формирования и диагностики. Для оптимизации состава УУД и эффективного мониторинга их развития мы объединяем названные действия в совокупность метапредметных умений.

Метапредметные умения будем понимать как «освоенные способы выполнения универсальных учебных действий, обусловленные системой мотивов и личностных смыслов, детерминирующие познавательную активность личности в процессе математической деятельности на основе усвоенных знаний и субъективного опыта» [13, с. 24]. Проведя структурно-семантический анализ УУД, были определены ключевые метапредметные умения:

- *познавательные*: доказательно рассуждать и формулировать выводы; выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических

- объектов; выполнять действия по работе с информацией (осуществлять поиск в различных источниках, включая цифровые образовательные ресурсы, критически анализировать, сравнивать, обрабатывать и структурировать информацию); строить и исследовать математические модели;
- *коммуникативные*: использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи;
- *регулятивные*: составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения; анализировать результат решения учебной математической задачи [13, с. 23].

В методических рекомендациях ИСО РАО отмечается, что «оценивание метапредметных результатов базируется на уровне подходе и осуществляется в ходе оценки процесса и результатов выполнения учебных исследований и проектов» [1, с. 14]. Соглашаясь с данным утверждением, в качестве основного средства диагностики уровня развития УУД выберем учебное исследование.

По мнению В. А. Далингера и О. О. Князевой, учебное исследование – это вид познавательной деятельности, направленной на самостоятельное выявление учащимися новых для них знаний и способов деятельности; при этом целью учебного исследования является достижение образовательных результатов [14]. В основе учебного исследования лежит исследовательское задание, которое назовем *метапредметным*. В методической литературе существуют некоторые нюансы в определении метапредметного задания. Так, Н. С. Подходова и К. В. Панова указывают, что метапредметное задание создает проблемную ситуацию, имеющую место в реальной действительности или обладающую межпредметным контекстом [15]. Л. С. Илюшин подчеркивает практическую направленность метапредметного задания и необходимость наличия предметных и метапредметных знаний для ее решения [16]. Авторский коллектив под руководством Л. В. Шкериной понимает под метапредметным заданием такое задание, которое сформулировано в контексте предметного содержания и требует применения УУД для его выполнения [7]. В работе Е. В. Поздняковой и А. В. Фоминой метапредметное задание раскрывается через его особенности: предложенная в задании ситуация реальной действительности и возможность ее решения математическими средствами; отсутствие рационального условия для достижения практической цели и его поиск методами творческой деятельности; использование в решении метода математического моделирования;

использование метода групповой работы и метода рефлексии [17].

Таким образом, учитывая многогранность данного понятия, определим метапредметное задание как «задание, сформулированное в контексте предметного содержания, имеющее ярко выраженную практическую направленность и предполагающее для его выполнения наличия предметных знаний и метапредметных умений» [18, с. 214].

Автор статьи ставит задачу комплексной диагностики всех выделенных групп УУД, поэтому организуется *диадное* учебное исследование в форме парной работы обучающихся, которое позволит оценить не только познавательные и регулятивные УУД, но и коммуникативные.

Результаты

Для овладения процессуальной и содержательной составляющими учебного исследования были спроектированы учебно-исследовательские карты (УИК). По форме УИК аналогична рабочей печатной тетради с пропусками. Такая карта регламентирует порядок, последовательность и сроки выполнения серии задач, включенных в учебное исследование. Проектируя УИК, мы придерживались следующих принципов:

1. *Принцип проблемности.* Данный принцип заключается в том, что ученику для самостоятельного решения предлагается метапредметное задание, индуцирующее *диадное* учебное исследование.

2. *Принцип комплексности.* Названный принцип предполагает диагностику всех видов УУД, которая осуществляется на основе серии задач, связанных с исходным метапредметным заданием.

3. *Принцип научности.* «Содержание и структура диагностических заданий должны соответствовать основным положениям педагогической диагностики и методики обучения математике; критерии и показатели сформированности каждого вида УУД должны быть четко сформулированы» [19, с. 173].

4. *Принцип дозированной помощи.* «При составлении диагностических заданий предполагается проектирование дозированной помощи, которая регламентирует степень самостоятельности ученика в выполнении задания и, в конечном итоге, определяет уровень сформированности универсальных учебных действий» [19, с. 173].

Структура карты варьируется в зависимости от дидактической темы и условия метапредметного задания, однако можно выделить три основных блока: целевой (дидактическая тема и условие задачи); поисковый (вопросы – подсказки и задания, помогающие в решении исходной задачи); оценочно-

результативный (вопросы, нацеленные на анализ результата и рефлексия). Именно задания второго и третьего блоков позволяют оценить уровень развития УУД. Для конструирования таких заданий можно применять специальные шаблоны – конструкторы. Модель диагностической УИК представлена на рисунке 1.

Для оценки сформированности ключевых метапредметных умений необходимо определить уровни, критерии и определяющие их показатели. Критерий будем понимать как некоторый признак, на основе которого производится оценка. Критерии конкретизируются показателями, которые можно измерить с помощью методик. Показатель является реальным проявлением критерия оценки качества педагогического процесса.

Нами были определены следующие критерии сформированности ключевых метапредметных умений: когнитивный (наличие системы знаний о средствах и способах выполнения УУД), деятельностный (освоение совокупности действий, составляющих структуру ключевых УУД), мотивационный (понимание и положительная оценка обучающимися значимости освоения ключевых УУД), результативный (результат выполнения действий обучающимися) (табл. 1).

Разработчиками стандартов констатируется постепенное усложнение уровня владения УУД: от учебных действий, осваиваемых под руководством учителя, к самостоятельному их использованию при осуществлении учебной и учебно-исследовательской деятельности, а также к новой внутренней позиции обучающегося – направленности на самостоятельный познавательный поиск, постановку учебных целей, освоение и самостоятельное осуществление контрольных и оценочных действий, инициативу в организации учебного сотрудничества². Данное положение устанавливает логическую связь УУД и познавательной самостоятельности обучающихся. В психолого-педагогической литературе познавательная самостоятельность – это готовность (способность и стремление) своими силами вести целенаправленную познавательную деятельность [20].

В соответствии с уровнями познавательной самостоятельности мы выделили три уровня этапа сформированности УУД: репродуктивный – *Ведомый* (5–6 класс), реконструктивно-вариативный – *Инициатор* (7–8 класс), творческий – *Стратег* (9 класс). Каждый уровень определяется степенью самостоятельности ученика в выполнении диагностического задания (метапредметной исследовательской задачи), а именно характером оказываемой дозированной помощи. На репродуктивном уровне дозированная помощь может быть представлена в виде нескольких

² Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Приказ Минпросвещения России № 287 от 31.05.2021 (ред. от 22.01.2024). СПС КонсультантПлюс.


вариантов ответов, ответов с пропусками, образца решения аналогичной задачи. Реконструктивно-вариативный уровень предполагает наличие эвристических подсказок в форме готовой математической модели (чертежа, схемы, графа, таблицы), основной идеи решения, наводящих вопросов – подсказок и т. д. Творческий уровень означает отсутствие дозированной

помощи и максимальную степень самостоятельности ученика в выполнении метапредметного задания.

Опираясь на исследования ученых [21–24], на каждом уровне этапе выделим три уровня развития ключевых метапредметных умений: первый (базовый), второй (средний), третий (высокий). Уровни отличаются друг от друга переходом к более сложным

Рис. 1. Модель диагностической УИК

Fig. 1. Diagnostic academic and research roadmap

 <p>Задача {условие задачи}</p>	<p>ДИДАКТИЧЕСКАЯ ТЕМА ___ КЛАСС Вариант ___</p>
<p>Регулятивные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения 	
<ol style="list-style-type: none"> Сформулируйте цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи. Составьте план действий по достижению цели ИЛИ в предложенном плане действий по достижению цели добавьте недостающие пункты. 	
<p>Познавательные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; выполнять действия по работе с информацией; строить и исследовать математические модели. 	
<ol style="list-style-type: none"> Решите задачу другим способом Как изменится решение задачи, если... Возможно ли {выполнение некоторого действия}... Заполните пропуски в решении / доказательстве / рассуждениях... На основе анализа запишите логические рассуждения... Обобщите задачу и решите ее Сформулируйте вывод Выскажите гипотезу ... Обоснуйте свое предположение Запишите кратко условие задачи На основе таблицы / схемы / графика... выполните {действие} Используя поисковую систему сети Интернет, узнайте... Заполните пропуски в таблице / построении графа... Составьте таблицу / схему / граф Предложите альтернативные математические модели Нарисуйте {модель заданной ситуации} / Постройте чертеж... 	
<p>Коммуникативные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи. 	
<ol style="list-style-type: none"> Изменив условие задачи, составь аналогичную по требованию задачу и реши ее. Предложи свою задачу партнеру по работе. В сотрудничестве с партнером по работе сформулируйте вопросы, которые помогли бы вам исследовать проблему... 	
<p>Регулятивные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> анализировать процесс и результат решения учебной математической задачи 	
<ol style="list-style-type: none"> Проанализируйте результат решения исходной задачи и сделайте выводы. Оцените свою работу, употребив «Я – высказывание». 	

и измененным качествам умений: состав и качество выполняемых операций, рациональная последовательность их выполнения, осознанность действия в целом (табл. 2).

Таким образом, было получено шесть уровней развития метапредметных умений: ведомый – базовый (ВБ), ведомый – средний (ВС), ведомый – высокий (ВВ), инициатор – базовый (ИБ), инициатор – средний (ИС), инициатор – высокий (ИВ), стратег – базовый (СБ), стратег – средний (СС), стратег – высокий (СВ).

В таблице 3 представлен пример показателей уровня сформированности метапредметного умения составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения в соответствии с результатом выполнения задания в УИК.

Нами разработаны диагностические учебно-исследовательские карты для дидактических тем

математики 5–6, алгебры 7–9 и геометрии 7–9 классов. Для каждого класса представлено три варианта УИК по разным дидактическим темам; варианты отличаются уровнем сложности метапредметного задания, индуцирующего учебное исследование. Приводится изначальный вид карты (для ученика) и образец заполненной карты (для учителя). За каждое отдельное задание можно получить 1–3 балла. 3 балла соответствуют высокому уровню развития УУД, 2 балла – среднему, 1 балл – базовому (табл. 2).

УИК в формате Word представлены на авторском цифровом ресурсе «Развитие метапредметных умений и математической грамотности обучающихся 5–9 классов в процессе математической подготовки (дидактический инструментарий учителя математики)»³. Приведем пример УИК для ученика 8 класса⁴ (рис. 2) и ее заполненный вариант (рис. 3).

Табл. 1. Пример критериев и показателей сформированности метапредметного умения: проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы

Tab. 1. Criteria and indicators of meta-subject skill development: conduct evidence-based reasoning and formulate conclusions

Критерии	Показатели
Когнитивный: учащийся знает	<ul style="list-style-type: none"> • проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы
Деятельностный: учащийся выполняет	<ul style="list-style-type: none"> • правила применения математических понятий, фактов, процедур и инструментов для получения решения или выводов; • алгоритмы выявления математических закономерностей и взаимосвязей между математическими понятиями или величинами; • правила установления причинно-следственных связей для обоснования решения и проведения доказательства математических утверждений; • критерии выбора способа решения задачи; • алгоритмы оценивания и интерпретации математического решения задачи
Мотивационный: учащийся проявляет позитивное отношение и интерес	<ul style="list-style-type: none"> • процедуру решения задачи и формулирования вывода на основе применения математических понятий, фактов, процедур и инструментов; • различные алгоритмы выявления математических закономерностей и взаимосвязей между математическими понятиями или величинами; • обоснование решения задачи и доказательство математического утверждения на основе установления причинно-следственных связей; • выбор способа решения задачи; • процедуру оценивания и интерпретации математического решения задачи
Результативный: учащийся демонстрирует	<ul style="list-style-type: none"> • к решению задач и формулированию выводов на основе математических понятий, фактов, процедур и инструментов; • к выявлению математических закономерностей и взаимосвязей между математическими понятиями или величинами; • к установлению причинно-следственных связей для обоснования решения или проведения доказательства математических утверждений; • к процедуре выбора способа решения задачи; • к процедуре оценивания и интерпретации математического решения задачи

³ Позднякова Е. В. Цифровой образовательный ресурс «Развитие метапредметных умений и математической грамотности обучающихся 5–9 классов в процессе математической подготовки (дидактический инструментарий учителя математики)». URL: <https://sites.google.com/view/uud-mathematics/главная-страница> (дата обращения: 23.05.2024).

⁴ Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций, ред. С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. М.: Просвещение, 2014. 301 с.

Табл. 2. Уровни сформированности ключевых метапредметных умений обучающегося

Tab. 2. Development levels of key meta-subject skills of a student

Первый уровень (базовый)	Второй уровень (средний)	Третий уровень (высокий)
<ul style="list-style-type: none"> • проявляет невысокую степень понимания необходимости развития УУД, ситуативный характер познавательной потребности; • знает алгоритм выполнения отдельных операций, средства и способы выполнения УУД, но затрудняется в определении целостной и рациональной последовательности выполнения операций УУД; • выполняет действия, зачастую нарушая их последовательность; • демонстрирует верное и адекватное выполнение действия в целом только при непосредственной помощи (учителя); • может допускать ошибки в выполнении действия 	<ul style="list-style-type: none"> • проявляет осознание значимости УУД, устойчивую познавательную потребность и интерес; • знает целостную последовательность выполнения операций УУД, некоторые средства и способы выполнения УУД; • умеет правильно выполнить УУД, но последовательность операций не всегда продумана; • демонстрирует верное и адекватное выполнение действия в целом, но недостаточно детально или с недочетами 	<ul style="list-style-type: none"> • проявляет высокую степень понимания личностной значимости УУД, высокую и устойчивую познавательную потребность и интерес; • знает целостную последовательность выполнения операций УУД, продуктивные средства и способы выполнения УУД; • выполняет действия последовательно, быстро и правильно; • демонстрирует верное и адекватное, самостоятельное выполнение действия

Табл. 3. Показатели уровня сформированности регулятивных метапредметных умений

Tab. 3. Indicators of meta-subject skill development: planning and prognosing

Тип задания	Базовый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Сформулируйте цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи (выберите один из предложенных вариантов)	Выбран вариант, озвученный в формулировке самого задания (не выполнена операция переформулирования)	Выбран вариант, отражающий «не детализированную» цель (не полный ответ) или только часть цели	Выбран верный вариант формулировки цели, когда выполнена операция переформулирования, формулировка цели учитывает наиболее важные условия заданной ситуации
Сформулируйте цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи	Цель сформулирована верно, но не на языке математики (не выполнена операция переформулирования)	Цель сформулирована в целом верно, на языке математики, но в формулировке не учтены некоторые важные условия заданной ситуации	Цель сформулирована верно, на языке математики, учитывает наиболее важные условия заданной ситуации
Составьте план по достижению цели своей деятельности (выберите один из предложенных вариантов)	Выбран общий вариант плана по решению математической задачи	Выбран вариант плана, в целом верно отражающий шаги решения, но без детальных пояснений	Выбран верный вариант плана, где подробно и детально представлены все шаги решения
В предложенном плане действий по достижению цели добавьте недостающие пункты	Представлен план, отражающий основные шаги по достижению цели, но некоторые пункты плана пропущены	Недостающие пункты плана добавлены верно, но без детальных пояснений	Верно добавлены недостающие пункты плана, подробно и детально представляющие все шаги решения
Составьте план по достижению цели своей деятельности	Представлен план, отражающий основные шаги по достижению цели, но некоторые пункты плана пропущены	Представлен верный план по достижению цели, представляющий все шаги решения, но некоторые пункты плана требуют дополнительных пояснений	Представлен верный план по достижению цели, подробно и детально представляющий все шаги решения

Рис. 2. Диагностическая УИК по теме «Рациональные уравнения» для 8 класса: пример
Fig. 2. Diagnostic academic and research roadmap: rational equations for eight-graders: sample



	УИК 8.1-А												
РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ 8 КЛАСС Вариант 1													
<p>Задача. (Находчивый гений). «Друзья Томаса Эдисона удивлялись, почему калитка перед его домом открывается с трудом. "Калитка отрегулирована так, как надо, – смеясь, отвечал Эдисон, я сделал от нее привод к насосу, и каждый входящий накачивает в цистерну 20 литров воды". Если бы каждый посетитель накачивал на 5 литров больше, то для заполнения цистерны понадобилось бы на 12 человек меньше». Можно ли по данной информации найти объем цистерны?</p>													
<p>Регулятивные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения 													
<p>1. Сформулируйте цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи. Найти _____ или установить _____</p> <p>2. В предложенном плане действий по достижению цели добавьте недостающие пункты.</p> <p>1) Найти выражение для объема цистерны, если каждый входящий накачивает 20 литров воды. 2) _____ 3) _____</p>													
<p>Познавательные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; выполнять действия по работе с информацией; строить и исследовать математические модели. <p>1. Запишите условие задачи с помощью таблицы</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;"></th> <th style="width: 25%;">число посетителей</th> <th style="width: 35%;">объем воды, который накачивает посетитель (л)</th> <th style="width: 25%;">объем цистерны (л)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>первый вариант</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>второй вариант</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2. Выскажите гипотезу, можно ли найти объем цистерны. Обоснуйте ответ. _____</p> <p>3. На основе таблицы из пункта 1 составьте уравнение и решите его. _____</p> <p>4. Сформулируйте вывод. Подтвердилась ли ваша гипотеза? _____</p>			число посетителей	объем воды, который накачивает посетитель (л)	объем цистерны (л)	первый вариант				второй вариант			
	число посетителей	объем воды, который накачивает посетитель (л)	объем цистерны (л)										
первый вариант													
второй вариант													
<p>Коммуникативные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи. <p>1. Изменив условие задачи, составь аналогичную по требованию задачу и реши ее. Предложи свою задачу партнеру по работе. Задача: _____ Решение: _____</p> <p>2. В сотрудничестве с партнером по работе сформулируйте вопросы, которые помогли бы вам исследовать проблему нахождения объема цистерны. Обратите внимание на информацию о заполнении части цистерны. Ваши вопросы _____</p>													
<p>Регулятивные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> анализировать процесс и результат решения учебной математической задачи <p>1. Проанализируйте результат решения исходной задачи и сделайте выводы – обобщения: _____</p> <p>2. Оцените свою работу, употребив «Я – высказывание». _____</p>													

Рис. 3. Диагностическая УИК по теме «Рациональные уравнения» для 8 класса: заполненный вариант

Fig. 3. Diagnostic academic and research roadmap: rational equations for eight-graders: completed version

УИК 8.1-А (образец заполненного варианта)



РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
8 КЛАСС
Вариант 1

Задача. (Находчивый гений). «Друзья Томаса Эдисона удивлялись, почему калитка перед его домом открывается с трудом. "Калитка отрегулирована так, как надо, – смеясь, отвечал Эдисон, я сделал от нее привод к насосу, и каждый входящий накачивает в цистерну 20 литров воды". Если бы каждый посетитель накачивал на 5 литров больше, то для заполнения цистерны понадобилось бы на 12 человек меньше». Можно ли по данной информации найти объем цистерны?

Регулятивные УУД

- составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения

1. Сформулируйте цель своей деятельности, направленной на решение предложенной задачи. **(3 балла)**
Найти объем цистерны или установить, что информации недостаточно

2. В предложенном плане действий по достижению цели добавьте недостающие пункты. **(3 балла)**

- Найти выражение для объема цистерны, если каждый входящий накачивает 20 литров воды.
- Найти выражение для объема цистерны, если каждый входящий накачивает на 5 литров больше.
- Составить уравнение и решить его; сделать вывод.

Познавательные УУД

- проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы;
- выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов;
- выполнять действия по работе с информацией;
- строить и исследовать математические модели.

1. Запишите условие задачи с помощью таблицы **(3 балла)**

	число посетителей	объем воды, который накачивает посетитель (л)	объем цистерны (л)
первый вариант	x	20	$20x$
второй вариант	$x - 12$	25	$24(x - 12)$

2. Выскажите гипотезу, можно ли найти объем цистерны. Обоснуйте ответ. **(3 балла)**
Предположим, что объем цистерны найти можно. Составим уравнение, и если оно имеет решение, то найдем число посетителей, а значит, найдем и объем цистерны.

3. На основе таблицы из пункта 1 составьте уравнение и решите его. **(3 балла)**

$$20x = 25(x - 12)$$

$$20x = 25x - 300$$

$$5x = 300$$

$$x = 60$$

$$60 \cdot 20 = 1200$$

4. Сформулируйте вывод. Подтвердилась ли ваша гипотеза? **(3 балла)**
Объем цистерны найти можно. Он равен 1200. Гипотеза подтвердилась.

Коммуникативные УУД

- использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике;
- владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности;
- организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи.

1. Изменив условие задачи, составь аналогичную по требованию задачу и реши ее. Предложи свою задачу партнеру по работе. **(3 балла)**

Задача: Один изобретатель сделал от калитки привод к насосу, и каждый входящий накачивал в цистерну 18 литров воды. Если бы каждый посетитель накачивал на 2 литра больше, то для заполнения цистерны понадобилось бы на 4 человек меньше. Найти объем цистерны.

Решение: Пусть x – число посетителей.

$$18x = (x - 4) \cdot 20$$

$$18x = 20x - 80$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

$$40 \cdot 18 = 720 \text{ (л) – объем цистерны}$$

<p>2. В сотрудничестве с партнером по работе сформулируйте вопросы, которые помогли бы вам исследовать проблему нахождения объема цистерны. Обратите внимание на информацию о заполнении части цистерны. (3 балла)</p> <p>1) Сколько должно быть посетителей, чтобы заполнить всю цистерну? 2) Какой объем воды накачивает в цистерну каждый посетитель? 3) Какая часть цистерны наполняется водой в единицу времени? 4) Какую часть цистерны заполнит водой известное количество посетителей?</p>
<p>Регулятивные УУД</p> <ul style="list-style-type: none"> анализировать процесс и результат решения учебной математической задачи
<p>1. Проанализируйте результат решения исходной задачи и сделайте выводы – обобщения: (3 балла) Если знать число посетителей и объем воды, который каждый из них закачивает в цистерну, можно найти объем цистерны.</p> <p>2. Оцените свою работу, употребив «Я – высказывание». (3 балла) Я узнал, что можно придумывать механизмы, позволяющие накачать воду в цистерну без особых усилий. Я справился с заданием успешно.</p>

В таблице 4 приведены набранные баллы по уровням развития ключевых УУД для приведенного примера УИК.

УИК предлагаются на уроке или на внеурочных занятиях по математике (в рамках занятий учебных курсов внеурочной деятельности). Так, диадное учебное исследование может быть организовано в рамках занятий учебного курса по формированию математической грамотности. УИК регламентируют степень самостоятельности ученика в выполнении учебного исследования. Таким образом, представлены карты

трех уровней сложности: первый уровень (5–6 класс) – *Ведомый*; второй уровень (7–8 класс) – *Инициатор*; третий уровень (9 класс) – *Стратег*. Для каждого класса разработано три варианта УИК по разным дидактическим темам, при этом варианты отличаются уровнем сложности исходного метапредметного задания. Это дает возможность провести три диагностики в течение учебного года и отследить динамику уровня сформированности ключевых УУД. С помощью УИК можно оценить и уровень развития предметных знаний и умений: учитель оценивает математическое решение задач по традиционной пятибалльной системе.

В блоке «Коммуникативные универсальные учебные действия» ученик составляет задачу и предлагает ее для решения партнеру по работе. Второй ученик записывает решение в УИК первого ученика, который выполняет роль координатора и помощника. Задача обоих учеников – представить верное, грамотное решение задачи. Аналогичную работу выполняет второй ученик.

УИК позволяют провести мониторинг уровня сформированности всех видов УУД, оценивая степень самостоятельности ученика в проведении учебных исследований (*Ведомый*, *Инициатор*, *Стратег*) и качество выполняемых операций, из которых складывается действие (*базовый*, *средний*, *высокий*) (табл. 5).

Табл. 4. Уровни развития ключевых УУД, баллы

Tab. 4. Correlation between the score and meta-subject skills, points

Уровень \ Баллы	Регулятивные УУД	Познавательные УУД	Коммуникативные УУД	Комплексная оценка
Базовый	4–6	4–6	2–3	10–16
Средний	7–9	7–9	4–5	17–23
Высокий	10–12	10–12	6	24–30

Табл. 5. Пример результата мониторинга уровня развития ключевых УУД отдельного ученика

Tab. 5. Monitoring meta-subject skill development in an individual student

ФИО Иванов И. И.																							
5 класс			6 класс			7 класс						8 класс				9 класс							
ведомый			ведомый			инициатор						инициатор				стратег							
математика			математика			алгебра			геометрия			алгебра		геометрия		алгебра		геометрия					
б	б	с	с	в	в	б	б	с	б	с	с	б	с	в	с	в	в	б	с	с	с	с	в

Любой проектируемый диагностический инструментарий должен пройти проверку по ряду формальных критериев, доказывающих его качество и эффективность. К числу основных критериев оценки диагностических методик относят надежность и валидность. Расчет надежности был выполнен с помощью приема параллельных форм и вычисления коэффициента корреляции Спирмена ($r_s = 0,97$). Теоретическая валидность была получена путем сравнения результатов указанной методики с результатами, полученными в ходе мониторинга УУД, проведенного на основе психолого-педагогического исследования; получен коэффициент корреляции $r_s = 0,63$, что соответствует диапазону высокой валидности. Подробные расчеты этих показателей приведены автором в публикации [19].

Для оценки эффективности УИК как инструмента диагностики метапредметных умений нами было проведено анкетирование учителей школ Кузбасса,

принимающих участие в апробации авторской методики (табл. 6).

В опросе приняли участие 28 учителей математики школ Кузбасса. На вопросы № 1, 2, 4, 6 положительно ответили все участники анкетирования (100 %). Испытывали некоторые затруднения в применении критериев и показателей уровня сформированности метапредметных умений 4 человека (14 %). При оценивании уровневой дифференциации метапредметных умений 20 человек поставили высший балл (71 %); 8 человек (29 %) оценили предложенный подход в 4 балла. Большинство учителей (68 %) отнесли УИК к универсальному диагностическому инструменту; 32 % отметили, что у слабых учеников могут быть трудности с выполнением таких заданий. При ответе на вопрос № 8 15 респондентов (53 %) обозначили удобство применения УИК на учебном занятии внеурочной деятельности; 10 учителей (36 %) указали

Табл. 6. Анкета для учителя математики по оцениванию диагностического инструментария

Tab. 6. Questionnaire for mathematics teachers

Анкета для учителя математики		
<i>Учебно-исследовательская карта (УИК) предназначена для комплексной диагностики уровня развития метапредметных умений (универсальных учебных действий) обучающихся в рамках изучения предметов математического блока. Ниже представлены вопросы, позволяющие оценить эффективность разработанного диагностического инструментария с позиции учителя математики.</i>		
1. Создает ли сформулированное в УИК метапредметное задание проблемную ситуацию, индуцирующую учебное исследование?	Да	Нет
2. Позволяет ли серия задач, представленных в УИК, оценить все виды метапредметных умений (познавательные, регулятивные, коммуникативные)?	Да	Нет
3. Были ли трудности в применении критериев и показателей уровня сформированности метапредметных умений?	Да	Нет
4. Позволяет ли данный диагностический инструментарий проследить динамику уровня развития метапредметных умений ученика?	Да	Нет
5. Оцените по пятибалльной шкале предложенную уровневую дифференциацию метапредметных умений (ведомый – базовый (ВБ), ведомый – средний (ВС), ведомый – высокий (ВВ), инициатор – базовый (ИБ), инициатор – средний (ИС), инициатор – высокий (ИВ), стратег – базовый (СБ), стратег – средний (СС), стратег – высокий (СВ)).		
6. Можно ли отнести УИК к технологии формирующего оценивания?	Да	Нет
7. Является ли УИК универсальным диагностическим инструментом, т. е. можно ли применять УИК в любом классе для диагностики УУД? Если «нет», то поясните, для какого класса (каких учащихся) может применяться учебно-исследовательская карта.	Да	Нет
8. На каких занятиях удобнее применять данный диагностический инструментарий?	урок	
	учебное занятие внеурочной деятельности	
	домашняя работа	
9. В чем вы видите основные преимущества учебно-исследовательской карты как инструмента диагностики УУД?		
10. В чем вы видите минусы данного диагностического инструментария?		
Спасибо за сотрудничество!		

возможность организовать диагностическое учебное исследование как на уроке, так и во внеурочной деятельности; 3 человека (11 %) отдали предпочтение такой форме, как *домашняя работа*.

Среди преимуществ УИК как инструмента диагностики УУД называли: возможность комплексной диагностики всех видов УУД; интересный контекст заданий; наличие заданий творческого характера; возможность оценить не только метапредметные, но и предметные умения; вариативность использования УИК; наличие критериев и показателей для оценивания работы ученика.

К минусам диагностического инструментария отнесли необходимость дополнительного времени для проведения диагностики, возможную трудность некоторых задач для слабых учеников; проблемы технического характера (необходимость распечатывать УИК, возможный недостаток места для ответа ученика и т. п.). В итоге отметим, что в ходе апробации спроектированный диагностический инструментарий получил положительную оценку учителей математики как эффективное средство мониторинга уровня развития ключевых метапредметных умений (УУД).

Заключение

Анализ современных исследований в области методики обучения математике, изучение опыта учителей математики позволили выявить проблему выбора и проектирования диагностического инструментария для оценки уровня развития метапредметных умений обучающихся средствами предметов математического блока в 5–9 классах. В качестве указанного инструментария может быть использовано диадное учебное исследование с математическим контекстом, которое организуется в форме парной работы на основе метапредметного задания. Управление деятельностью

ученика при выполнении учебного исследования осуществляется через УИК, с помощью которой регламентируется последовательность действий ученика, а также степень самостоятельности их выполнения. Приведена модель УИК, проиллюстрированная примером (вариант для ученика и заполненный вариант УИК). Определены критерии и показатели уровней развития УУД. В зависимости от степени самостоятельности ученика и качества выполняемых действий выделено шесть уровней развития УУД учащихся 5–9 классов. В результате доказываемся качество и эффективность спроектированного диагностического инструментария с помощью таких показателей, как надежность и валидность, а также результатов анкетирования учителей математики Кузбасса, принимающих участие в апробации авторской методики.

Конфликт интересов: Автор заявил об отсутствии потенциальных конфликтов интересов в отношении исследования, авторства и / или публикации данной статьи.

Conflict of interests: The author declared no potential conflicts of interests regarding the research, authorship, and / or publication of this article.

Благодарности: Автор выражает благодарность доценту Кузбасского гуманитарно-педагогического института Кемеровского государственного университета Осиповой Людмиле Александровне за конструктивные советы по проектированию диагностического инструментария с математическим контекстом для оценки уровня сформированности метапредметных умений школьников 5–9 классов.

Acknowledgment: The author would like to acknowledge Lyudmila Osipova, Associate Professor at Pedagogical Institute, Kemerovo State University, for practical counselling.

Литература / References

1. Рослова Л. О., Алексеева Е. Е., Буцко Е. В. Достижение метапредметных результатов в рамках изучения предметов математического блока (основное общее образование). М.: ИСРО, 2023. 73 с. [Roslova L. O., Alekseeva E. E., Butsko E. V. *Achievement of meta-subject results as part of mathematical disciplines at secondary school*. Moscow: ISED, 2023, 73. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/bmktcc>
2. Шкерина Л. В., Кейв М. А., Берсенева О. В., Журавлева Н. А. Мониторинг уровня сформированности метапредметных результатов обучения математике в 5 классах. Красноярск: КГПУ им. В. П. Астафьева, 2018. 188 с. [Shkerina L. V., Cave M. A., Berseneva O. V., Zhuravleva N. A. *Monitoring the level of formation of meta-subject results while teaching mathematics to fifth-graders*. Krasnoyarsk: KSPU, 2018, 188. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/xwvsvn>
3. Гиматдинова Г. Н., Шашкина М. Б. Диагностика и развитие регулятивных универсальных учебных действий обучающихся на уроках математики в 7–9 классах общеобразовательной школы. *Современные проблемы науки и образования*. 2023. № 6. [Gimatdinova G. N., Shashkina M. B. Diagnostics and development of regulatory universal learning actions of students in mathematics lessons in 7–9 grades of general education school. *Modern problems of science and education*, 2023, (6). (In Russ.)] <https://doi.org/10.17513/spno.33074>

4. Тумашева О. В., Шашкина М. В. Средства формирования и оценивания метапредметных результатов обучающихся поколения Z. *Азимут научных исследований: педагогика и психология*. 2020. Т. 9. № 1. С. 285–289. [Tumasheva O. V., Shashkina M. V. Formation and evaluation means meta-subject educational results of students generation Z. *Azimuth of scientific research: Pedagogy and psychology*, 2020, 9(1): 285–289. (In Russ.)] <https://doi.org/10.26140/anip-2020-0901-0067>
5. Журавлев И. А. Диагностика сформированности универсальных учебных действий у учащихся на уроках математики. *Современные проблемы науки и образования*. 2014. № 1. С. 101–109. [Zhuravlev I. A. Diagnosis of the level of formation of universal learning activities of students at mathematics classes. *Modern problems of science and education*, 2014, (1): 101–109. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/sbktrj>
6. Перевошикова Е. Н. Специфика формирования универсальных учебных действий при обучении математике в основной школе. *Интеграция образования*. 2015. Т. 19. № 2. С. 81–90. [Perevoshchikova E. N. Specifics of developing universal learning actions in teaching mathematics in a secondary school. *Integration of education*, 2015, 19(2): 81–90. (In Russ.)] <https://doi.org/10.15507/Inted.079.019.201502.081>
7. Шкерина Л. В., Гаврилюк А. С., Табинова О. А., Шашкина М. В. Бипредметный мониторинг результатов освоения универсальных учебных действий обучающимися 7–9 классов в процессе обучения математике. *Перспективы науки и образования*. 2020. № 2. С. 179–194. [Shkerina L. V., Gavrilyuk A. S., Tabinova O. A., Shashkina M. V. Bi-objective monitoring of the results of mastering universal educational activities by students in 7th–9th grades in the process of teaching mathematics. *Perspectives of science and education*, 2020, (2): 179–194. (In Russ.)] <https://doi.org/10.32744/pse.2020.2.15>
8. Шкерина Л. В., Берсенева О. В., Журавлева Н. А., Кейв М. А. Метапредметная олимпиада для школьников: новый подход к оцениванию метапредметных универсальных учебных действий обучающихся. *Перспективы науки и образования*. 2019. № 2. С. 194–211. [Shkerina L. V., Berseneva O. V., Zhuravleva N. A., Cave M. A. The meta-disciplinary Olympiad for school students: The new approach to assessing the meta-disciplinary universal educational actions of students. *Perspectives of science and education*, 2019, (2): 194–211. (In Russ.)] <https://doi.org/10.32744/pse.2019.2.15>
9. Кокшарова Е. А. Проектирование веб-приложения для диагностики уровней развития познавательных УУД в процессе обучения математики. *Инновации. Наука. Образование*. 2020. № 17. С. 445–454. [Koksharova E. A. Designing a web application for diagnosing the levels of cognitive development while teaching mathematics. *Innovatsii. Nauka. Obrazovanie*, 2020, (17): 445–454. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/gfrijla>
10. Поберезкая В. Ф., Новикова Н. Н. Диагностика регулятивных универсальных учебных действий обучающихся в условиях дистанционного обучения. *Концепт*. 2021. № 5. С. 81–96. [Poberezskaya V. F., Novikova N. N. Diagnostics of regulatory learners' universal educational actions in the context of distance learning. *Concept*, 2021, (5): 81–96. (In Russ.)] <https://doi.org/10.24412/2304-120X-2021-11033>
11. Позднякова Е. В., Пичугова В. В. Текстовые сюжетные задачи с параметром как средство формирования исследовательских умений учащихся 7–9 классов. *Журнал педагогических исследований*. 2022. Т. 7. № 6. С. 49–56. [Pozdnyakova E. V., Pichugova V. V. Text plot tasks with a parameter as a means of forming the research skills of students in grades 7–9. *Journal of Pedagogical Research*, 2022, 7(6): 49–56. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/dlpqqt>
12. Бекешева И. С., Бобылева О. В., Дроздова К. В. Независимая оценка уровня сформированности познавательных УУД школьников с помощью нестандартных задач по математике. *Вестник АлтГПУ*. 2018. № 4. С. 31–35. [Bekesheva I. S., Bobileva O. V., Drozdova K. V. Independent evaluation of level of formation of cognitive uea of schoolchildren with non-standard tasks on mathematics. *Vestnik of Altai State Pedagogical University*, 2018, (4): 31–35. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/vnfoip>
13. Позднякова Е. В. Методические аспекты формирования и диагностики метапредметных умений учащихся 5–9 классов при обучении математике. *Инновации в образовании*. 2023. № 11. С. 23–34. [Pozdnyakova E. V. Some methodological aspects of the formation and diagnosis of meta-subject skills of 5th–9th grade students in teaching mathematics. *Innovation in education*, 2023, (11): 23–34. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/mojpkl>
14. Далингер В. А., Князева О. О. Учебно-исследовательская работа учащихся по математике. Омск: Амфора, 2017. 224 с. [Dalinger V. A., Knyazeva O. O. *Academic and research work of students in mathematics*. Омск: Амфора, 2017, 224. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/xhprpj>
15. Подходова Н. С., Панова К. В. Метапредметные учебные задания как средство развития учащихся при обучении математике. *Современные проблемы науки и образования*. 2016. № 6. [Podkhodova N. S., Panova K. V. Multisubject practise problems as an instrument for developing students in teaching mathematics. *Modern problems of science and education*, 2016, (6). (In Russ.)] <https://elibrary.ru/xiblsx>

16. Илюшин Л. С. Разработка урока с использованием «Конструктора задач». *Народное образование*. 2013. № 2. С. 159–168. [Ilyushin L. S. Planning classes with Task Designer. *Public education*, 2013, (2): 159–168. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/pyopkb>
17. Позднякова Е. В., Фомина А. В. Открытые задачи как средство развития "soft skills" на уроках математики. *Научный результат. Педагогика и психология образования*. 2021. Т. 7. № 2. С. 29–45. [Pozdnyakova E. V., Fomina A. V. Open-tyre tasks as a means of developing "soft skills" in math lessons. *Research result. Pedagogy and psychology of education*, 2021, 7(2): 29–45. (In Russ.)] <https://doi.org/10.18413/2313-8971-2021-7-2-0-3>
18. Позднякова Е. В., Малышенко Г. А. Метапредметные задания в онлайн-сервисах как средство формирования математической грамотности учащихся девярых классов. *Наука и школа*. 2023. № 4. С. 212–224. [Pozdnyakova E. V., Malyshenko G. A. Meta-subject tasks in online services as a means of forming mathematical literacy of ninth-grade students. *Science and school*, 2023, (4): 212–224. (In Russ.)] <https://doi.org/10.31862/1819-463X-2023-4-212-224>
19. Позднякова Е. В., Фомина А. В. Проектирование диагностического инструментария для определения уровня сформированности универсальных учебных действий в курсе математики основной школы. *Азимут научных исследований: педагогика и психология*. 2018. Т. 7. № 1. С. 171–176. [Pozdnyakova E. V., Fomina A. V. Designing diagnostic tools to determine the level of formation of universal educational actions in the mathematics course of primary school. *Azimuth of scientific research: Pedagogy and psychology*, 2018, 7(1): 171–176. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/ytxpxr>
20. Коротева А. С., Челпаченко Т. В. Познавательная самостоятельность как педагогический феномен. *Вестник Оренбургского государственного университета*. 2022. № 4. С. 47–52. [Koroteeva A. S., Chelpachenko T. V. Cognitive independence as a pedagogical phenomenon. *Vestnik of the Orenburg State University*, 2022, (4): 47–52. (In Russ.)] <https://doi.org/10.25198/1814-6457-236-47>
21. Беспалько В. П. Инструменты диагностики качества знаний учащихся. *Школьные технологии*. 2006. № 2. С. 138–151. [Bespalko V. P. Diagnostic tools for assessing the quality of students' knowledge. *School technologies*, 2006, (2): 138–151. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/hukyzx>
22. Осипова С. И., Агишева Н. С. Познавательная активность как объект педагогического анализа. *Гуманизация образования*. 2016. № 2. С. 89–96. [Osipova S. I., Agisheva N. S. Cognitive activity as an object of pedagogical analysis. *Humanization of education*, 2016, (2): 89–96. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/vzellr>
23. Усова А. В., Бобров А. А. Формирование у учащихся учебных умений. М.: Знание, 1987. 80 с. [Usova A. V., Bobrov A. A. *Developing learning skills in students*. Moscow: Znanie, 1987, 80. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/uamkfh>
24. Гузеев В. В., Курчаткина И. Б. Индивидуальный прогресс ученика: как его оценить. *Народное образование*. 2011. № 7. С. 161–169. [Guzeev V. V., Kurchatkina I. B. Individual student progress: How to evaluate it. *Public education*, 2011, (7): 161–169. (In Russ.)] <https://elibrary.ru/ofvzyp>